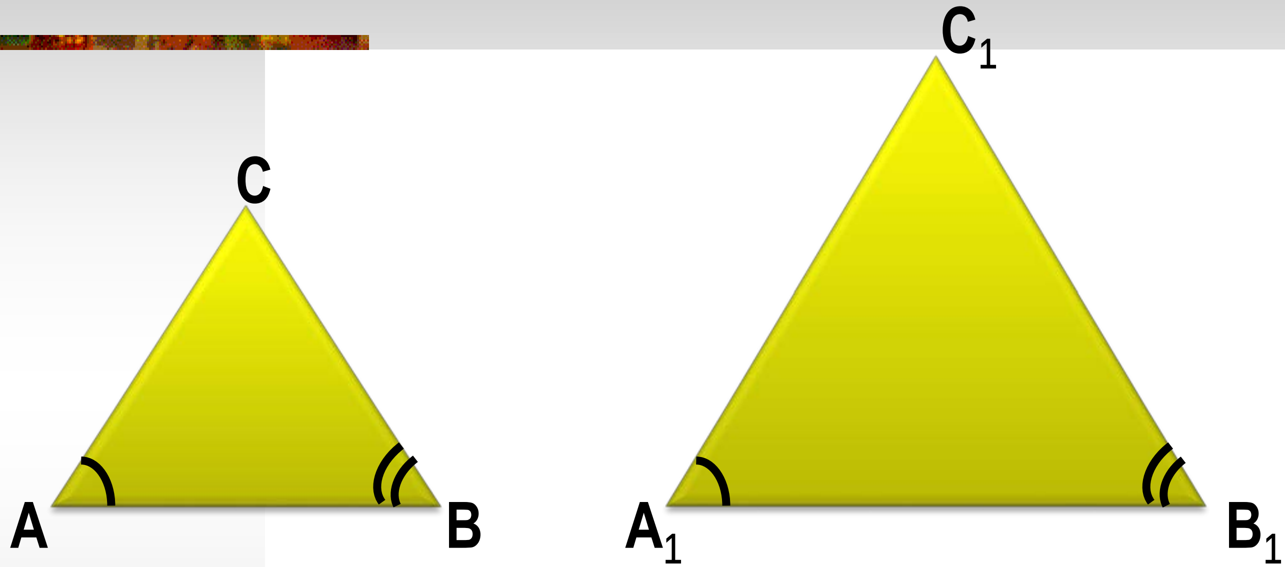
Признаки подобия треугольников

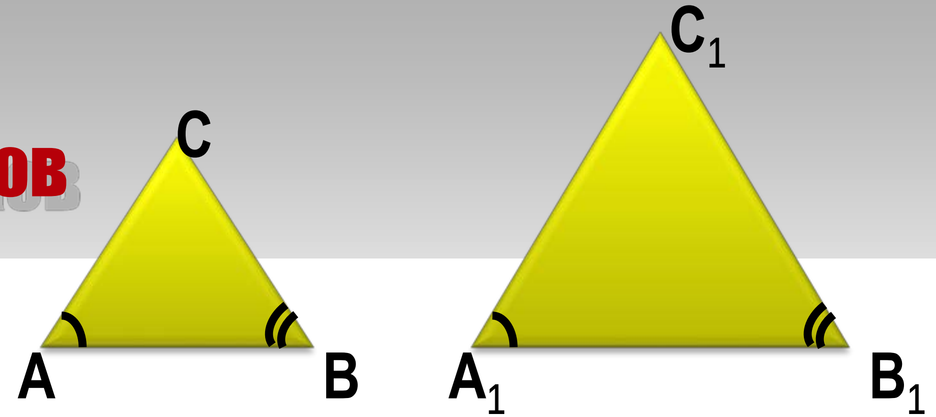
8 класс

Первый признак подобия треугольников



Th. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Первый признак подобия треугольников



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

1) $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (\angle A_1 + \angle B_1) = \angle C_1$.

2) $\angle A = \angle A_1$, тогда $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{AC \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$. (1)

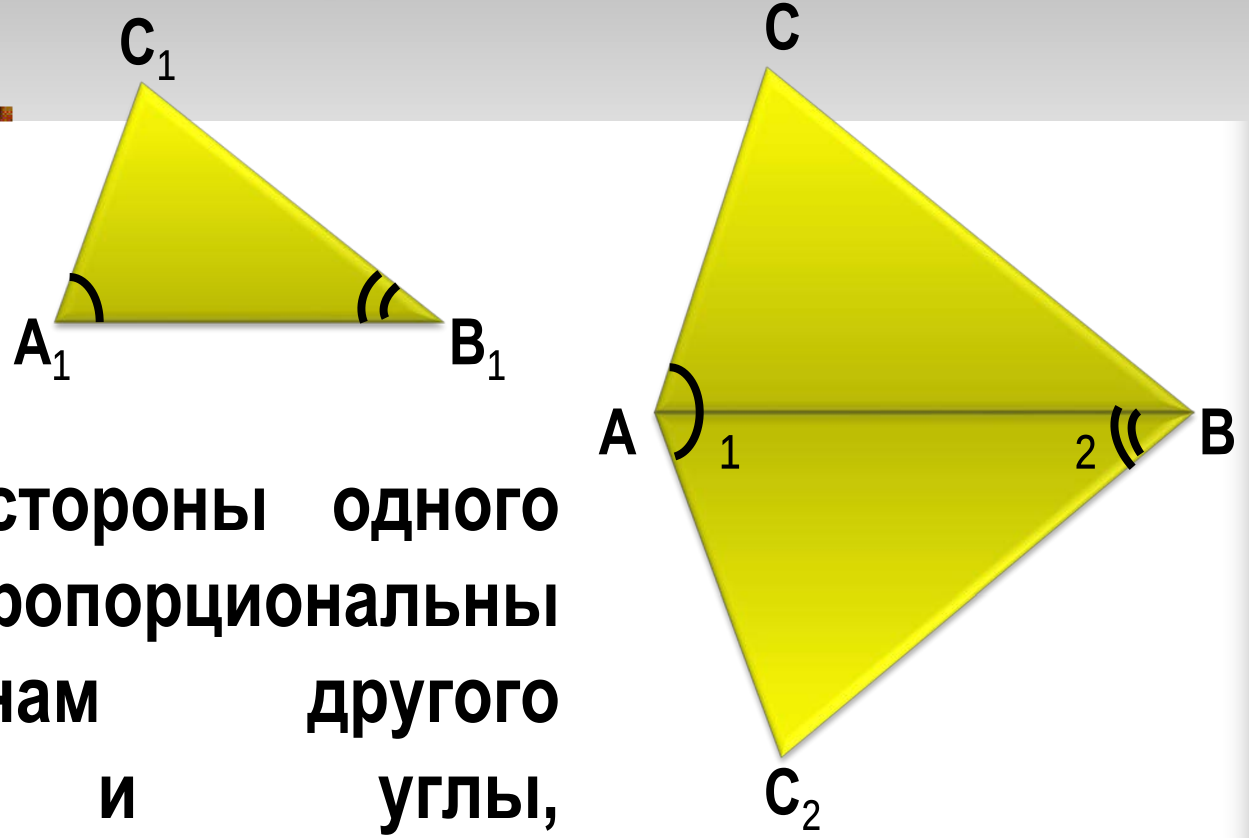
3) $\angle C = \angle C_1$, тогда $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{AC \cdot BC}{A_1C_1 \cdot B_1C_1}$. (2)

4) Из (1) и (2) следует $AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1$. (3)

5) Т. к. $\angle A = \angle A_1$ $\angle B = \angle B_1$, то $BC : B_1C_1 = CA : C_1A_1$. (4)

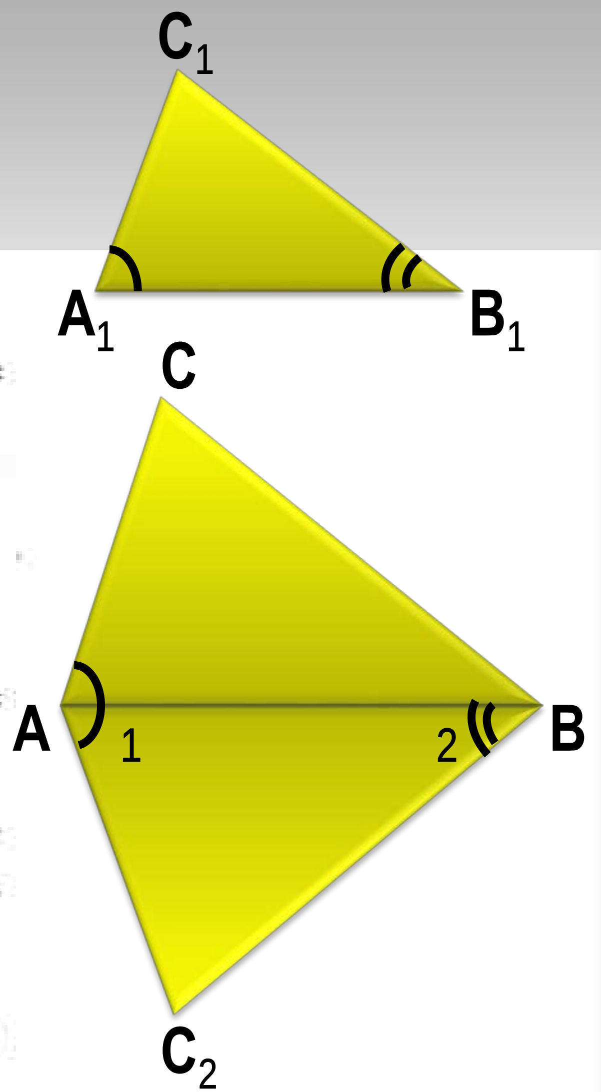
6) Из (3) и (4) следует $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{CA}{C_1A_1}$, то $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Второй признак подобия треугольников



Th. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.

Второй признак подобия треугольников



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1$.

Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство

а) $\Delta ABC_2 : \angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

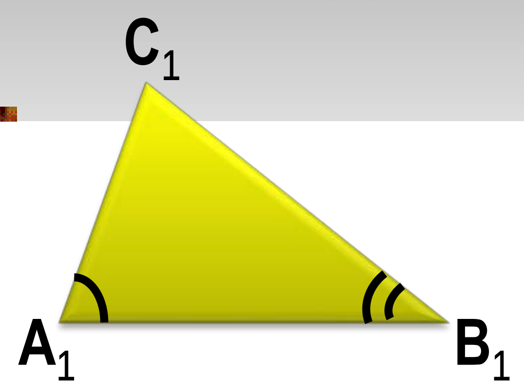
б) $\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$, отсюда $AB : A_1B_1 = AC_2 : A_1C_1$.

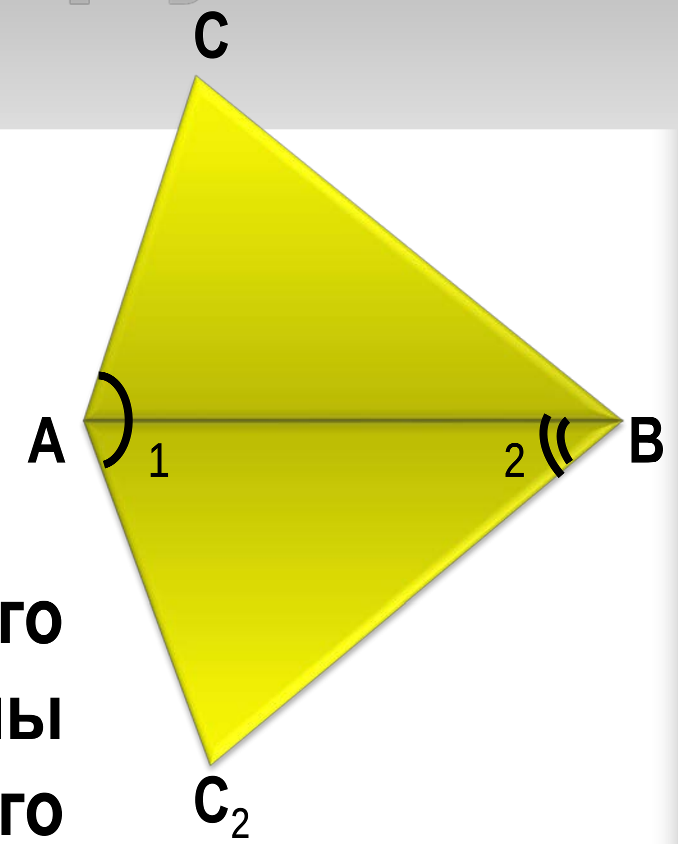
в) Так как $AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1$ (по условию) и $AB : A_1B_1 = AC_2 : A_1C_1$, следовательно, $AC = AC_2$.

г) $\Delta ABC = \Delta ABC_2$ (AB – общая сторона, $AC = AC_2$, $\angle A = \angle 1) \Rightarrow \angle B = \angle 2 = \angle B_1$.

д) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ ($\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$).

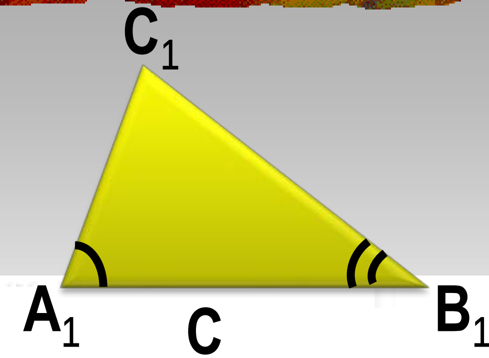
Третий признак подобия треугольников





Th. **Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.**

Третий признак подобия треугольников



Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{AC}{A_1C_1}=\dfrac{BC}{B_1C_1}$.

Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

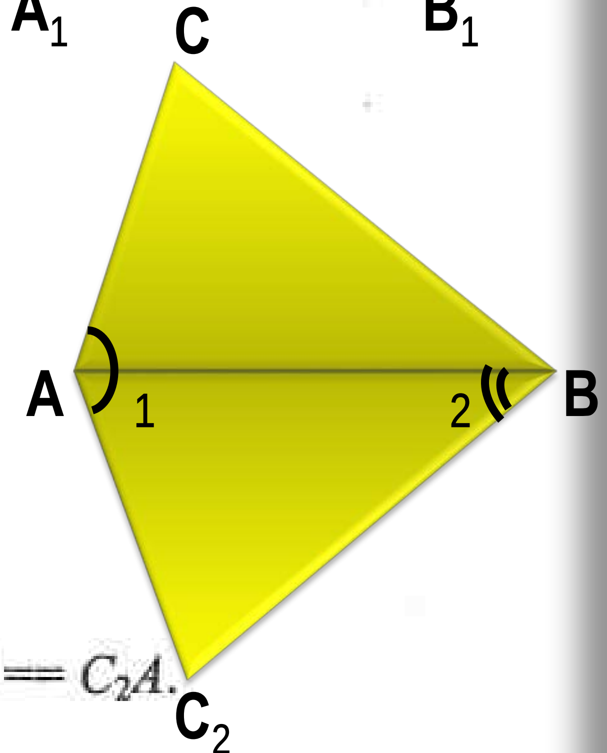
Доказательство

а) $\Delta ABC_2 : \angle 1 = \angle A_1,\ \angle 2 = \angle B_1$.

б) $\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{BC_2}{B_1C_1}=\dfrac{C_2A}{C_1A_1}$.

в) $\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{AC}{A_1C_1}=\dfrac{BC}{B_1C_1}$ (по условию) и

$\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{BC_2}{B_1C_1}=\dfrac{C_2A}{C_1A_1}$ (п. 2), отсюда $BC = BC_2$, $CA = C_2A$.



г) $\Delta ABC = \Delta ABC_2$ (AB – общая сторона, $BC = BC_2$, $CA = C_2A$), отсюда $\angle A = \angle 1$, $\angle 1 = \angle A_1 \Rightarrow \angle A = \angle A_1$.

д) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ ($AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$).